

Sujet A

Une étude a été effectuée auprès de 30 personnes âgées résidant dans une maison de retraite. Elles ont été soumises au questionnaire de dépression de Beck. Plus les scores obtenus au questionnaire sont élevés, plus l'état dépressif est sévère. Un score inférieur à 10 correspond à une personne ne présentant aucune dépression. Cet échantillon de 30 résidents est constitué de 16 femmes et de 14 hommes.

Femmes	2	30	20	3	48	26	48	39	20	49	11	11	20	26	10	8	
Hommes	0	3	8	19	23	25	26	48	11	40	38	27	26	58			

1. Donner le score moyen et l'écart-type du score obtenu par les femmes puis par les hommes au questionnaire de dépression de Beck.

Pour les femmes, le score moyen est égal à $m_F = 23,19$ et l'écart-type vaut $s_F = 15,41$. Concernant les hommes, le score moyen est égal à $m_H = 25,14$ et l'écart-type vaut $s_H = 16,15$.

2. Au vu des résultats au questionnaire, peut-on conclure à l'aide d'un *test non paramétrique* que les hommes et les femmes âgés sont affectés de façon semblable par la dépression ?

Les hypothèses:

(H_0) les scores des hommes et des femmes au questionnaire de dépression de Beck sont semblables

(H_1) les scores sont significativement différents.

Le modèle statistique.

Sous (H_0),

$U = \min(U_F, U_H)$ suit une loi de Mann-Whitney avec les paramètres $|n_H - n_F| = 2$ et $\min(n_H, n_F) = 14$. Ici $U_F = S_F - n_F(n_F + 1)/2$ où n_F est la taille de l'échantillon des femmes et S_F est la somme des rangs pour les scores du groupe des femmes. De la même façon on notera $U_H = S_H - n_H(n_H + 1)/2$ pour les hommes.

Région de rejet. Pour un risque $\alpha = 0,05$ on obtient la région de rejet

$$K_\alpha(U) = \{U \leq 64\}.$$

Décision:

Femmes	2	30	20	3	48	26	48	39	20	49	11	11	20	26	10	8	
Hommes	0	3	8	19	23	25	26	48	11	40	38	27	26	58			
Rang F	2	22	13	3,5	27	18,5	27	24	13	29	9	9	13	18,5	7	5,5	241
Rang H	1	3,5	5,5	11	15	16	18,5	27	9	25	23	21	18,5	30			224

On obtient $U_F^e = 241 - 16 \times 17/2 = 105$, $U_H^e = 224 - 14 \times 15/2 = 119$ et ainsi $U^e = \min(105, 119) = 105 \notin K_\alpha(U)$. Conclusion : on accepte qu'il n'y ait pas de différence significative entre les femmes et les hommes âgés vis-à-vis du risque de dépression avec un risque d'erreur de 5%.