

## Mini-projet à rendre pour le 11 février 2016 avant 8:00

**Valeurs propres d'une matrice aléatoire.**

On considère la loi de probabilité donnée par la densité

$$f(x) = \frac{\sqrt{4\sigma^2 - x^2}}{2\pi\sigma^2} 1_{[-2\sigma, 2\sigma]}(x),$$

où  $\sigma$  est un paramètre ( $\sigma > 0$ ).

1. Faire un script Scilab pour simuler une variable aléatoire de densité  $f$  en utilisant la méthode de rejet. Détailler la démarche et illustrer les résultats à l'aide de figures.
2. Soit  $M$  une matrice réelle  $n \times n$  dont les coefficients sont des variables aléatoires indépendantes et de même loi, de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma^2$ .

*Théorème.*

*Presque sûrement, pour tout intervalle  $I \subset \mathbb{R}$ , on observe la convergence suivante:*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \text{card} \left\{ 1 \leq k \leq n : \lambda_k \left( \frac{M + M^*}{\sqrt{2n}} \right) \in I \right\} = \mathbb{P}(Z \in I),$$

où  $Z$  a pour densité  $f$  et les  $\lambda_k(A)$  représentent les valeurs propres de la matrice  $A$ . Illustrer ce théorème dans le cas particulier où les coefficients de la matrice suivent des lois normales et dans le cas où les coefficients de la matrice suivent des lois de Rademacher. Ces illustrations feront intervenir des simulations numériques, des courbes et des histogrammes (aucune démonstration du théorème n'est demandée).

**Consignes :** Le travail effectué pour ce mini-projet sera à rendre par email (samuel.herrmann@u-bourgogne.fr) sous la forme de 2 fichiers :

- un fichier script de Scilab correctement écrit et suffisamment commenté
- un document PDF expliquant la démarche et illustrant les résultats (contenant les figures), de 4 pages maximum. Ce document doit être préparé avec LaTeX.

On pourra utiliser les commandes "minipage" et "includegraphics" pour mettre des figures les unes à côté des autres, ou des figures en parallèle au texte.